1 билет

1. Гироскопический момент. Примеры его определения для традиционных, вибро, микромеханических гироскопов

Гироскопический момент. Примеры его определения для традиционных гироскопов:

Начало на странице 12 (11 в книге) со слов:

Замечательныесвойства гироскопа объясняются действием кориолисовых сил инерции, которые называют гироскопическими(жироскопическими) силами.

Дальше тупо катать **<u>до слов</u>** на странице 16 (15 в книге):

Рассмотрим действие внешнегомомента на трехстепенной гироскоп в кардановом подвесе (рис. 7) с невесомыми рамками…

Для вибро гироскопов

Для камертонного гироскопа – см. стр. 36 (35 в книге)

Для микромеханических гироскопов

Стр. 41 (40) - 43(42)

<u>Замечательные свойства гироскопа</u> объясняются действием кориолисовых сил инерции, которые называют гироскопическими (жироскопическими) силами.

Как известно, кориолисово ускорение $\bar{W}_K$ возникает при сложном движении тела с переносной угловой скоростью $\bar{\omega}_e$ И относительной линейной скоростью $\bar{V}_r$ (рис. 3).

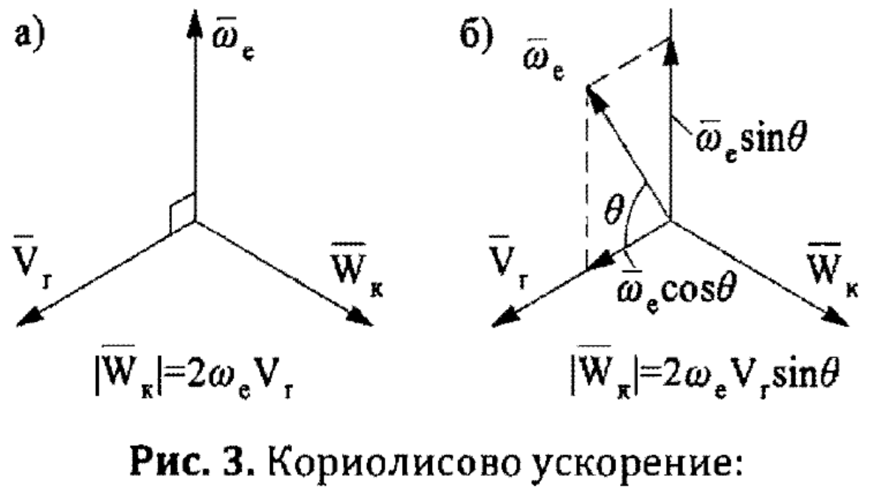

Рис. 3. Кориолисово ускорение:

а — $\bar{\omega}_e \perp \bar{V}_e$; *б* — $\bar{\omega}_e \not\perp \bar{V}_r$

Если $\bar{V}_r \perp \bar{\omega}_e$ (рис. 3, а), то вектор $\bar{W}_K$ перпендикулярен к плоскости, образуемой векторами $\bar{V}_r$ и $\bar{\omega}_e$, а модуль $\bar{W}_K$ равен

$$\left|\bar{W}_K\right| = 2 \cdot \omega_e \cdot V_r \,. \qquad (2)$$

Если существует угол θ между векторами $\bar{V}_r$ и $\bar{\omega}_e$, (рис. 3, 6), то составляющая угловой скорости $\omega_e \cdot \sin\theta$ является причиной возникновения кориолисова ускорения W_K • Тогда в соответствии с выражением (2) получим

$$W_K = 2 \cdot \omega_e \cdot \sin\theta \cdot V_r$$

Вектор $\overline{W}_к$ является удвоенным векторным произведением $\overline{\omega}_e$ и $\overline{V}_r$:

$$\overline{W}_к = 2\overline{\omega}_e \times \overline{V}_r. \tag{3}$$

Кориолисова сила инерции массы m равна $F_к = 2m\omega_e V_r \sin\theta$ и направлена противоположно $\overline{W}_к$.

Возникновение гироскопического момента, обусловленного действием кориолисовых сил инерции, поясним на примере ротора *1*, вращающегося с высокой угловой скоростью $\overline{\Omega} = \dot{\varphi}$ в корпусе (кожухе) *2* (рис. 4).

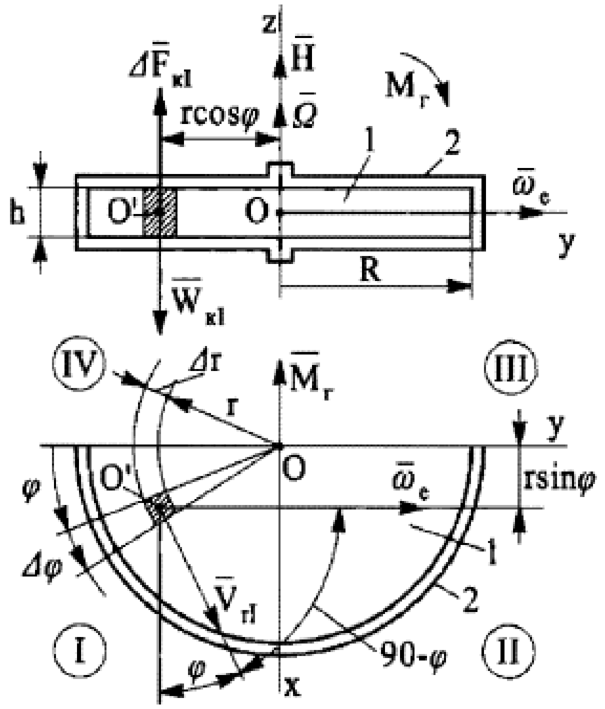

Рис. 4. К выводу формулы гироскопического момента

Выберем систему координат $Oxyz$, связанную с кожухом, который вращается с угловой скоростью $\overline{\omega}_e$; центр масс ротора находится в т. O, $Oxyz$ — главные центральные оси инерции.

Выделим элементарную массу в квадранте I $\Delta m = \rho h \Delta r \times$ $\times\, r\Delta\varphi$ (h — высота ротора; ρ— плотность материала), которая участвует в переносном движении с угловой скоростью $\overline{\omega}_e$ и относительной линейной скоростью $|V_r| = r\Omega$ (в относительном движении).

Следовательно, возникают кориолисово ускорение $W_к =$ $= 2\omega_e V_r \cos\varphi = 2\omega_e \Omega r \cos\varphi$ и соответствующая кориолисова сила инерции $\Delta F_к = \Delta m W_к$, которая создает моменты вокруг осей Ox и Oy $\Delta M_x = -\Delta F_к r \cos\varphi$ и $\Delta M_y = -\Delta F_к r \sin\varphi$.

Перейдя от приращений к дифференциалам ($\Delta \to d$) и проинтегрировав, получим

$$M_x = -2\omega_e \Omega \rho h \int_0^R r^3 dr \int_0^{2\pi} cos^2\varphi d\varphi =$$

$$= -2\omega_e \Omega \rho h \frac{\pi R^4}{2} = -\omega_e \Omega \frac{mR^2}{2} = -\, C\Omega\omega_e = -H\omega_e; \qquad (4)$$

$$M_y = 0,$$

где $H = C\Omega$ — кинетический момент гироскопа.

Поясним физический смысл возникновения гироскопического момента $M_г = M_x$ быстровращающегося ротора гироскопа, который имеет переносную угловую скорость $\overline{\omega}_e$ (рис. 5) вокруг оси Oy в инерциальном пространстве.

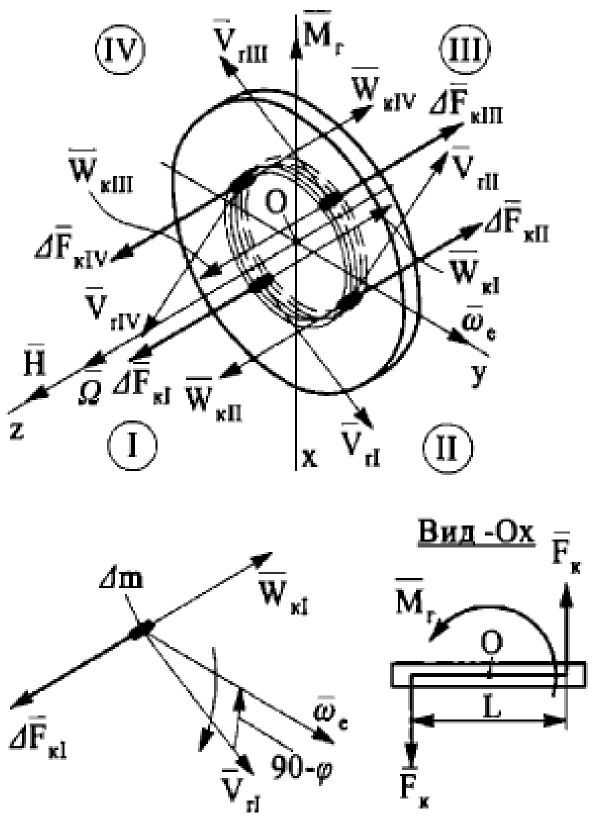

Рис. 5. К пояснению физического смысла гироскопического момента

В квадрантах I—IV выделим элементарные массы Δm ротора, относительная линейная скорость которых $V_r = r\Omega$. Кориолисово ускорение массы Δm в квадранте I $W_{\text{кI}} = -2\omega_e V_r$, кориолисова сила инерции $\bar{F}_{\text{кI}}$ направлена противоположно $\bar{W}_{\text{кI}}$ $F_{\text{кI}} = \Delta m W_{\text{к}}$. Аналогично определяем $\bar{W}_{\text{кII}}$, $\bar{W}_{\text{кIII}}$, $\bar{W}_{\text{кIV}}$ и соответственно кориолисовы силы инерции $\Delta\bar{F}_{\text{кII}}$, $\Delta\bar{F}_{\text{кIII}}$, $\Delta\bar{F}_{\text{кIV}}$.

Введем обозначение: $|\bar{F}_{\text{к}}| = |\bar{F}_{\text{кI}} + \bar{F}_{\text{кIV}}| = |\bar{F}_{\text{кII}} + \bar{F}_{\text{кIII}}|$.

Видно (см. рис. 5), что кориолисовы силы инерции $\bar{F}_{\text{к}}$ создают момент $M_{\text{г}} = F_{\text{к}}L$, который и называют гироскопическим. Вектор $\bar{M}_{\text{г}}$ направлен так, что с его конца видно совмещение вектора $\bar{H}$ кратчайшим путем с вектором $\bar{\omega}_e$ переносной угловой скорости; в рассматриваемом случае $\bar{M}_{\text{г}}$ направлен вдоль отрицательной оси Ox.

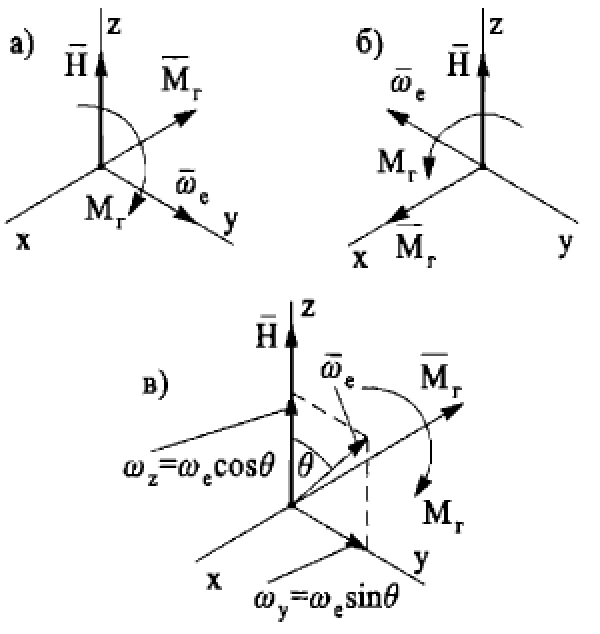

Рис. 6. К определению гироскопического момента $\bar{M}_{\text{г}}$

На рис. 6 показан случай $\bar{H} \perp \bar{\omega}_e$, $\omega_e > 0$; гироскопический момент $\bar{M}_{\text{г}}$ направлен вдоль отрицательной оси Ox; при $\omega_e < 0$ (рис. 6, *б*) $\bar{M}_{\text{г}}$ направлен вдоль положительной оси Ox (кратчайшее направление совмещения $\bar{H}$ и $\bar{\omega}_e$ — против часовой стрелки, если смотреть с положительной оси Ox). При наличии угла θ между $\bar{H}$ и $\bar{\omega}_e$ составляющая $\bar{\omega}_y = \bar{\omega}_e \sin\theta$ служит причиной возникновения гироскопического момента $(\bar{H} \perp \bar{\omega}_y)$

$M_г = H\omega_y = H\omega_e \sin\theta$, т. е. гироскопический момент $\overline{M}_г$ является векторным произведением:

$$\overline{M}_г = \overline{H} \times \overline{\omega}_e. \tag{5}$$

Гироскопический момент, увеличивая инерционное сопротивление, способствует эффективному сопротивлению гироскопа внешним возмущениям. Рассмотрим действие внешнего

2. **определение омега 0 ДУС** – не уверен в ответе, т.к. дальше идет отдельно раздел про ДУС.

6 лекция.